

intersecano i due piani, dunque: *i tre spigoli d'una delle faccie dell'un tetraedro sono incontrati dagli spigoli corrispondenti dell'altro tetraedro in tre punti situati in linea retta.*

Siccome ciascheduno spigolo è comune a due faccie del tetraedro cui appartiene, così è manifesto che la retta d'intersezione di due faccie corrispondenti nei due tetraedri incontra tutte e tre le rette in cui esistono le intersezioni delle altre tre coppie di faccie corrispondenti. Ora, quando quattro rette sono tali che una qualunque di esse incontra le altre tre, esse sono di necessità in uno stesso piano, dunque : *le quattro rette, lungo cui s'intersecano le faccie corrispondenti dei due tetraedri sono in un solo e medesimo piano.* Ossia: *i sei punti d'incontro degli spigoli corrispondenti dei due tetraedri sono in un medesimo piano.* Indicheremo per brevità questo piano col simbolo **II**.

Consideriamo ora due piani reciproci ed opposti, come sarebbero $12\ CD$ e $34\ ^\circ$. La retta lungo cui essi s'intersecano contiene evidentemente i due punti d'incontro degli spigoli corrispondenti 12 , AB e 34 , CD . Ora tutti questi punti d'incontro giacciono nel piano **II**, dunque: *le tre rette d'intersezione dei piani reciproci ed opposti giacciono nel piano delle quattro rette d'intersezione delle faccie corrispondenti.*

I tre punti in cui si intersecano le tre rette d'intersezione dei piani reciproci ed opposti hanno la seguente importante proprietà :

Si considerino due spigoli adjacenti del primo tetraedro, p. es. 12 ed 13 , ed i piani reciproci in cui sono contenuti, cioè i piani $12\ C\ D$ ed $i\ \$BD$, che s'intersecano lungo la retta $i\ D$. In questi piani esistono due coppie di vertici corrispondenti, cioè 2 , B e 3 , C . Siccome le rette $2\ C$ e $3\ B$ sono in un medesimo piano (centrale), così esse s'incontreranno in un punto, e siccome il loro incontro deve d'altronde avvenire nella retta d'intersezione dei due piani reciproci in cui esistono, così esse concorreranno in un punto della retta $i\ D$. Consideriamo invece i due altri piani reciproci, che contengono gli spigoli 42 e 43 , e che s'intersecano lungo la retta $^\circ A$. Con un ragionamento analogo a quello di pocanzi si dimostrerà che le rette $2\ C$, $3\ B$ contenute in questi due piani reciproci concorrono in un punto della retta $^\circ A$. Dunque le quattro rette $i\ D$, $2\ C$, $3\ B$ e $^\circ A$ concorrono in un solo e medesimo punto, che indicheremo con I . In questo punto concorrono evidentemente i quattro piani reciproci considerati; ma questi piani sono opposti a due a due, cioè $12\ C\ D$ a $43\ A\ E$ ed $13\ E\ D$ a $42\ ^\circ C$; dunque il punto I è uno dei punti d'incontro delle tre rette in cui si segano le tre coppie di piani reciproci ed opposti.

Analoghe proprietà si verificano per gli altri due punti, che indicheremo con **II** e **III**, ossia, riassumendo :

nel punto I concorrono le 4 rette i D, 2 C,
 3 5, 4 A_y
 » » II » » i C, 2 D, 3
 A, 4 S,
 » » III » » i B, 2 A, 3 D, 4
 C.